EXERCICE N°1 : 8 points 40 '

L'espace étant rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ on considère les points $A(6,0,0)$; $B(0,6,0)$; $C(0,0,6)$ et $D(-2,-2,-2)$

1°) a) Vérifier que les points A, B et C déterminent un plan P dont une équation cartésienne est $x+y+z-6=0$.

b) Vérifier que la droite (OD) est perpendiculaire au plan P.

c) Donner un système d'équation paramétriques de la droite (OD).

d) Soit H le projeté orthogonal du point O sur le plan P. Vérifier que H a pour coordonnées $(2,2,2)$ et qu'il est équidistant de A, B et C.

e) En déduire que (OD) est l'axe du cercle circonscrit au triangle ABC.

2°) Soit Q le plan médiateur du segment $[CD]$.

a) Montrer qu'une équation cartésienne de Q est : $x+y+4z-6=0$.

b) Montrer que (OD) coupe Q en un point Ω dont on déterminera les coordonnées.

3°) Soit S la sphère de centre Ω et rayon $3\sqrt{3}$.

a) Ecrire une équation cartésienne de S.

b) Vérifier que S passe par A, B, C et D.

c) Quelle est alors l'intersection de S et P ?

EXERCICE N°2 : 8 points 40 '

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, on considère les points A(2,0,1), B(0,2,1) et C(1,2,0).

1°) a) Déterminer les composantes du vecteur $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}$.

b) Déduire que les points A, B et C déterminent un plan P dont une équation cartésienne est :

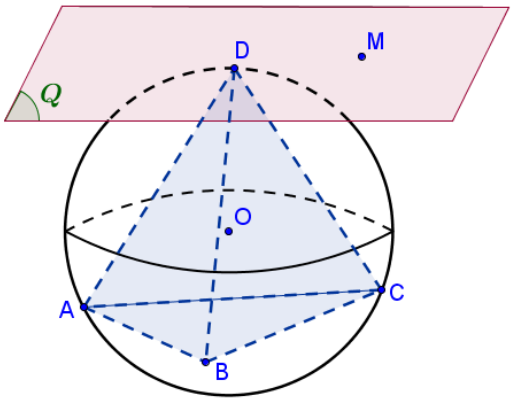
Tous droits réservés © TakiAcademy.com

$x+y+z-3=0$.

2°) Soit la sphère S d'équation $x^2+y^2+z^2=5$.

a) Vérifier que A, B et C sont des points de la sphère S.

b) Déduire alors l'intersection de la sphère S avec le plan P.



3°) Soit le point D de coordonnées $\left(\sqrt{\frac{5}{3}},\sqrt{\frac{5}{3}},\sqrt{\frac{5}{3}}\right)$.

On désigne par Q le plan passant par D et parallèle au plan P.

a) Déterminer une équation cartésienne du plan Q.

b) Montrer que Q est tangent à la sphère S au point D.

4°) Soit $M(x,y,z)$ un point de l'espace n'appartenant pas à P.

a) Calculer $\left(\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}\right)\bullet\overrightarrow{AM}$.

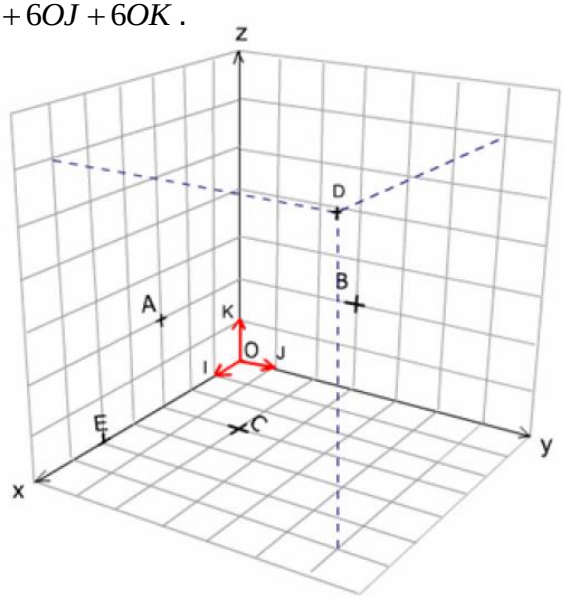
b) Montrer que le volume $\mathcal{V}$ du tétraèdre $MABC$ est égal à $\frac{|x+y+z-3|}{3}$

c) En déduire que pour tout point M du plan Q ; $\mathcal{V}=\sqrt{\frac{5}{3}}-1$.

EXERCICE N°3 : 7 points 40 '

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O,\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OJ},\overrightarrow{OK}\right)$.

Dans la figure ci-dessous $ABCD$ est un tétraèdre tel que $\overrightarrow{OD}=6\overrightarrow{OI}+6\overrightarrow{OJ}+6\overrightarrow{OK}$.



1°) a) Préciser les coordonnées de chacun des points A, B, C et E.

b) Vérifier que $\overrightarrow{AC}\wedge\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{OD}$.

c) Calculer le volume du tétraèdre $ABCD$.

d) En déduire la distance du point D au plan (ABC).

2°) a) Donner une équation cartésienne du plan P = (ABC) ;

puis vérifier que E appartient à P.

b) Donner une représentation paramétrique de la droite Δ

perpendiculaire à (P) en E.

3°) On considère le plan $(Q):ax+by+(a-3)z-6=0$ où a et b sont deux réels.

a) Montrer que (P) et (Q) sont perpendiculaires si et seulement si $2a+b-3=0$.

b) Déterminer alors a et b sachant que (P) et (Q) sont perpendiculaires et $\Delta\subset(Q)$.

4°) Soit S la sphère de centre $\Omega(1,\ 1,\ 1)$ et de rayon $\sqrt{3}$.

Montrer que S coupe le plan P suivant un cercle $\mathscr{C}$ dont on précisera le centre et le rayon.

: 23390248 - 29862815
Tous droits réservés © TakiAcademy.com

EXERCICE N°4 : 7 points 40 '

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, on considère les points $A(1,0,2)$, $B(-2,1,-1)$ et $C(0,0,1)$.

1°) a) Déterminer les composantes du vecteur $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}$.

b) Déduire que les points A, B et C déterminent un plan P dont une équation cartésienne est $x-z+1=0$.

2°) On considère les points $I(1,-1,-1)$ et $J\left(-\frac{1}{2},-1,\frac{1}{2}\right)$ et soit Δ la droite passant par I et perpendiculaire à P.

a) Montrer que la droite Δ coupe le plan P en J.

b) Calculer la distance IJ.

3°) Soit S l'ensemble des points $M(x,y,z)$ de l'espace vérifiant : $x^2+y^2+z^2-2x+2y+2z-2=0$.

a) Montrer que S est une sphère de centre I et de rayon R que l'on déterminera.

b) Montrer que le plan P coupe la sphère S suivant le cercle de centre J et de rayon $r=\frac{1}{\sqrt{2}}$.

4°) Pour $\theta\in[0,2\pi[$, on considère le point $N(1+\cos\theta,-1+\sin\theta,-3)$.

a) Vérifier que N est un point de la sphère S.

b) Justifier que le point N n'appartient pas au plan P.

c) Montrer que $\left(\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}\right)\cdot\overrightarrow{AN}=-5-\cos\theta$.

d) En déduire la valeur de θ pour laquelle le volume du tétraèdre $ABCN$ est minimal.

: 23390248 - 29862267
Tous droits réservés © TakiAcademy.com